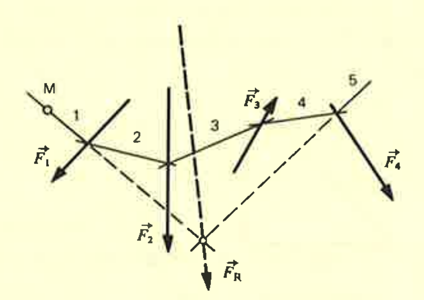
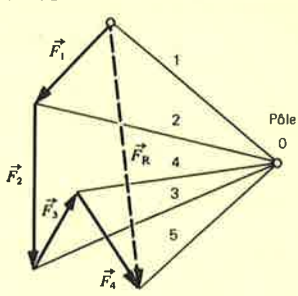
Résultante d'un système de forces coplanes quelconques

Polygone funiculaire (ouvert)



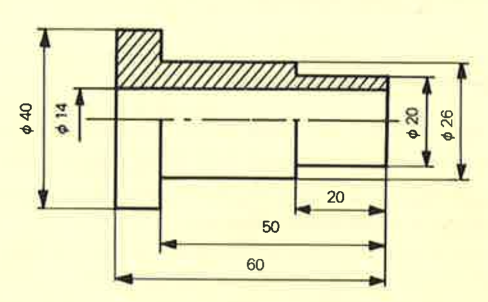
Polygone dynamique ou polygone des forces (ouvert)

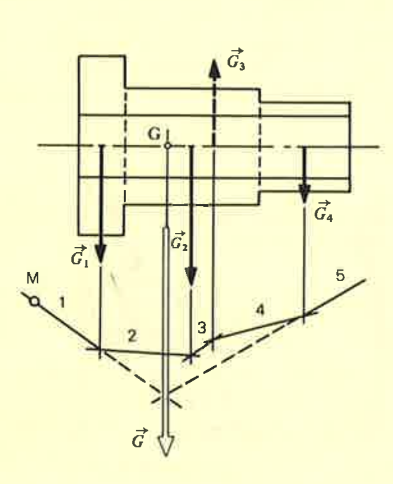


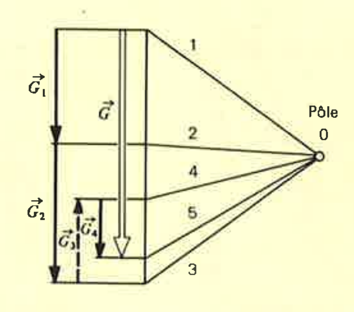
Si le polygone *dynamique* (polygone des forces) est *ouvert*, le système des forces admet une résultante.
Si le polygone *funiculaire* est *ouvert*, le système des forces admet un couple résultant.
Si le *dynamique* et le *funiculaire* sont *fermés*, le système des forces données est en équilibre.

Détermination graphique du centre de gravité G d'un volume ou d'une surface plane.

Exemple:
Déterminer graphiquement la position de G de la pièce mécanique ci-jointe :







Remarque : Par mesure de simplification, les vecteurs $\vec{G}, \vec{F}, \vec{v}, \vec{a}$ apparaissant dans les figures des pages suivantes seront représentés par G, F, v, a.

Machines simples

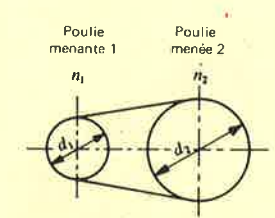
Levier

Moment de la force F = Moment de la pesanteur G de la charge
Force F x bras de la force a = Charge G x bras de la charge b

$$F \cdot a = G \cdot b$$

Les bras a et b se mesurent toujours à partir du point d'articulation, perpendiculairement à F et G

Transmission par courroie



a) Transmission simple

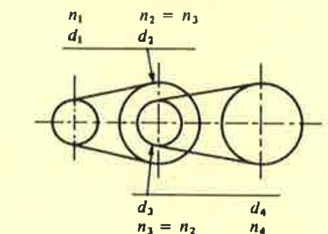
$$n_1 \cdot d_1 \approx n_2 \cdot d_2$$

Rapport de transmission

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \approx \frac{d_2}{d_1}$$

$$M_1 \cdot d_2 = M_2 \cdot d_1$$

n_1, n_2 fréquence de rotation
d_1, d_2 diamètre des poulies
M_1, M_2 moment agissant sur les arbres des poulies



b) Transmission multiple

$$n_1 \cdot d_1 \cdot d_3 \approx n_4 \cdot d_2 \cdot d_4$$

Rapport de transmission

$$i = \frac{n_1}{n_4} \approx \frac{d_2 \cdot d_4}{d_1 \cdot d_3}$$

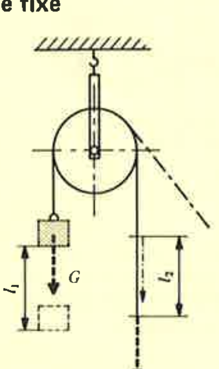
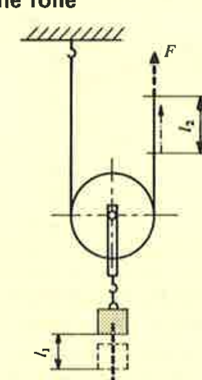
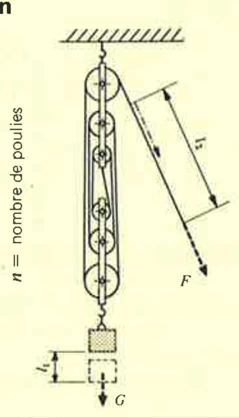
n_1, n_2, n_3, n_4 fréquence de rotation
d_1, d_3 poulies menantes
d_2, d_4 poulies menées

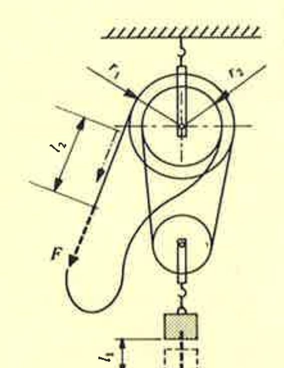
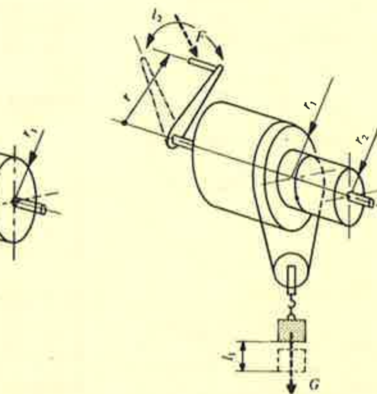
Unités : les grandeurs de même espèce doivent être exprimées avec la même unité.

Les formules ci-dessous négligent les frottements. Ceux-ci sont généralement inclus dans le rendement η de la machine. On en tiendra compte :

- en divisant G par η lorsqu'on calculera F,
- en multipliant F par η lorsqu'on calculera G.

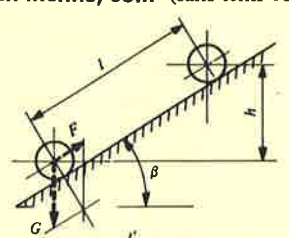
Exemple : pour le treuil : $F = \frac{G}{\eta} \cdot \frac{r_1}{r}$ ou bien $G = F \cdot \eta \cdot \frac{r}{r_1}$

Poulie fixe	Poulie folle	Palan
		
$F = G$	$F = \frac{G}{2}$	$F = \frac{G}{n}$
$l_1 = l_2$	$l_1 = \frac{l_2}{2}$	$l_1 = \frac{l_2}{n}$

Palan différentiel	Treuil	Treuil différentiel
		
$F = G \frac{r_1 - r_2}{2 r_1}$	$F = G \frac{r_1}{r}$	$F = G \frac{r_1 - r_2}{2 r}$
$l_1 = l_2 \frac{r_1 - r_2}{2 r_1}$	$l_1 = l_2 \frac{r_1}{r}$	$l_1 = l_2 \frac{r_1 - r_2}{2 r}$

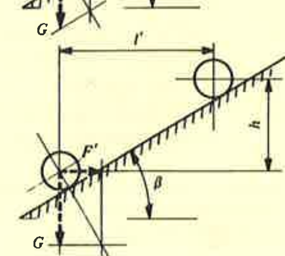
Unités : les grandeurs de même espèce doivent être exprimées avec la même unité.

Plan incliné, coin (sans tenir compte du frottement. En cas contraire, voir "Frottement", pages 50 et 51.)



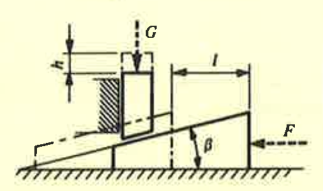
$$F \cdot l = G \cdot h$$

$$F = \frac{G \cdot h}{l} = G \cdot \sin\beta$$



$$F' \cdot l' = G \cdot h$$

$$F' = \frac{G \cdot h}{l'} = G \cdot \tan\beta$$



$$F \cdot l = G \cdot h$$

$$F = \frac{G \cdot h}{l} = G \cdot \tan\beta$$

$$F = G \frac{\text{inclinaison en \%}}{100}$$

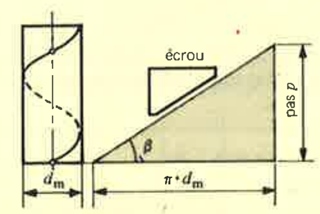
F, F' et G doivent être donnés dans la même unité de force.

l, l' et h doivent être donnés dans la même unité de longueur.

β angle que fait le plan incliné avec le plan horizontal.

Inclinaison: voir p. 105

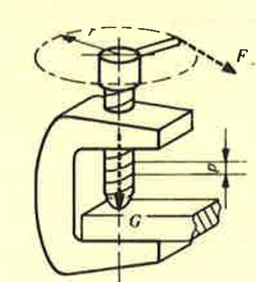
Vis (sans tenir compte du frottement. En cas contraire, voir "Frottement", pages 50 et 51.)



$$\tan\beta = \frac{p}{\pi \cdot d_m}$$

$$d_m = \frac{d + d_3}{2}$$

- p pas de l'hélice
- β angle de l'hélice moyenne
- d diamètre nominal 1)
- d_m diamètre moyen
- d_3 diamètre intérieur



$$F = G \frac{p}{2 \pi r}$$

Moment de serrage

$$M = F \cdot r = G \frac{p}{2 \cdot \pi}$$

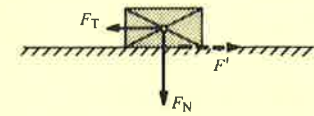
$$M = G \cdot \frac{d_m}{2} \cdot \tan\beta$$

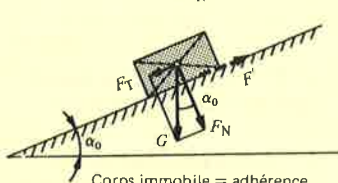
- F effort de traction
- G effort de serrage
- r bras du levier
- M moment de serrage

Unités : les grandeurs de même espèce doivent être exprimées avec la même unité.

1) Voir normes VSM : Extrait pour écoles professionnelles.

Frottement d'adhérence μ_0, frottement de glissement μ : voir tableau page 21.





Corps immobile = adhérence

Corps en mouvement = glissement

Lorsque $F_T < F'$, le corps est immobile : il y a adhérence. Utiliser le coefficient μ_0.

Lorsque $F_T > F'$, le corps se met en mouvement : il y a glissement. Utiliser le coefficient μ.

Coefficient d'adhérence :

$$\mu_0 = \frac{F_T}{F_N} = \tan \alpha_0$$

$$\Rightarrow F_T = \mu_0 \cdot F_N$$

Coefficient de glissement :

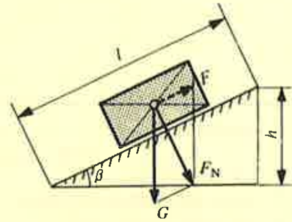
$$\mu = \frac{F_T}{F_N} = \tan \alpha$$

$$\Rightarrow F_T = \mu \cdot F_N$$

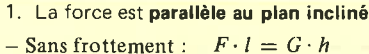
F'	force de résistance au frottement
F_T	force tangente au plan de frottement
F_N	force normale (⊥) au plan de frottement
μ_0	coefficient d'adhérence
μ	coefficient de glissement
α_0 [°]	angle maximum qui maintient le corps immobile
α [°]	angle minimum qui provoque le glissement du corps

Remarque : les valeurs de μ_0 et μ peuvent être déterminées expérimentalement par la mesure de l'angle α_0 et α.

Plan incliné



β = angle d'inclinaison du plan sur lequel repose le corps à déplacer.



1. La force est **parallèle au plan incliné**

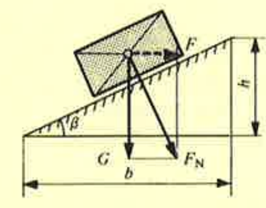
– Sans frottement : $F \cdot l = G \cdot h$

$$F = G\,\frac{h}{l} = G \cdot \sin\beta$$

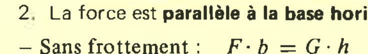
– Avec frottement

$F = G\ (\sin\beta + \mu\cos\beta)$	→ pour faire monter le corps
$F = G\ (\sin\beta - \mu\cos\beta)$	→ pour faire descendre le corps
$F = G\ (\sin\beta - \mu_0\cos\beta)$	→ pour immobiliser le corps

Le corps se maintient en mouvement lorsque $\beta \geqslant \alpha$
Le corps s'immobilise lorsque $\beta < \alpha_0$



β = angle d'inclinaison du plan sur lequel repose le corps à déplacer.



2. La force est **parallèle à la base horizontale**

– Sans frottement : $F \cdot b = G \cdot h$

$$F = G\,\frac{h}{b} = G\tan\beta$$

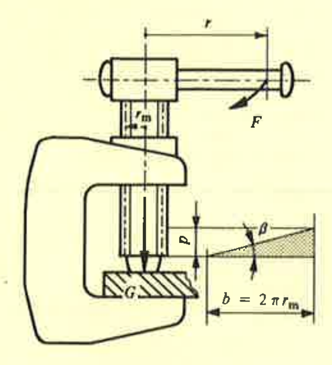
– Avec frottement

$F = G \cdot \tan(\beta + \alpha)$	→ pour faire monter le corps
$F = G \cdot \tan(\beta - \alpha)$	→ pour faire descendre le corps
$F = G \cdot \tan(\beta - \alpha_0)$	→ pour immobiliser le corps

Unités : les grandeurs de même espèce doivent être exprimées avec la même unité.

Frottement dans un assemblage vis-écrou

1. Filets carrés



En fonction du rendement η

$G \cdot p = F \cdot 2\pi \cdot r \cdot \eta$

Moment de serrage :

$$M = F \cdot r = G\,\frac{p}{2\pi\eta} = G \cdot r_m\,\frac{\tan\beta}{\eta}$$

En fonction du frottement μ

$$M = G \cdot r_m \cdot \tan(\beta + \alpha) \quad \text{pr serrer}$$
$$^{1)}M = G \cdot r_m \cdot \tan(\beta - \alpha) \quad \text{pr desserrer}$$

avec $\tan\alpha = \mu \Rightarrow \alpha$

Rendement mécanique au serrage

$$\eta = \frac{\tan\beta}{\tan(\beta + \alpha)}$$

Le développement du filet de la vis donne un triangle dans lequel :

p	[mm]	pas de filetage
b	[mm]	$= 2 \cdot \pi \cdot r_m$
r_m	[mm]	rayon moyen $= \frac{d_2}{2}$ *
β	[°]	angle de l'hélice moy.
α	[°]	angle de frottement
μ		coefficient de glissement
F	[N]	effort de traction
r	[mm]	bras de levier
G	[N]	effort de serrage
M	[N·mm]	moment de serrage
η		rendement mécanique

1) En visserie (système irréversible) l'angle α de frottement est toujours plus grand que l'angle β de l'hélice. Le moment de desserrage sera de signe contraire (négatif) donné par $\beta - \alpha$.

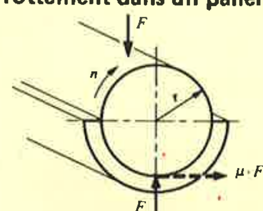
2. Filets triangulaires : Dans les formules ci-dessus, introduire α' à la place de α.



$$\tan\alpha' = \mu' = \frac{\mu}{\cos\frac{\varphi}{2}}$$

φ [°] angle des flancs du filet (30°, 55°, 60°)*

Frottement dans un palier



Moment de frottement :

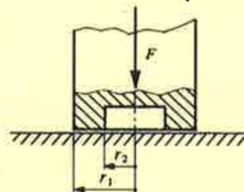
$$M = \mu \cdot F \cdot r$$

Puissance absorbée par le frottement :

$$P = M \cdot \omega \quad \text{avec} \quad \omega = \frac{\pi \cdot n}{30}$$

μ		coefficient de frottement
F	[N]	effort sur le palier
r	[m]	rayon du palier
M	[Nm]	moment de frottement
P	[W]	puissance absorbée
ω	[rad/s]	vitesse angulaire
n	[tr/min]	fréquence de rotation

Frottement dans un pivot vertical rodé



Moment de frottement :

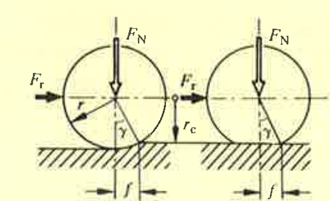
$$M = \mu \cdot F\,\frac{r_1 + r_2}{2}$$

Si $r_2 = 0$ on a :

$$M = \frac{1}{2}\,\mu \cdot F \cdot r$$

μ		coefficient de frottement
F	[N]	effort sur le pivot
r_1, r_2	[m]	rayons
M	[Nm]	moment de frottement

Résistance au roulement



On a l'équilibre

$F_r \cdot r_c = F_N \cdot f$

$$F_r = F_N\,\frac{f}{r_c} = F_N \cdot \mu'$$

avec $\mu' = \frac{f}{r_c} = \tan\gamma$

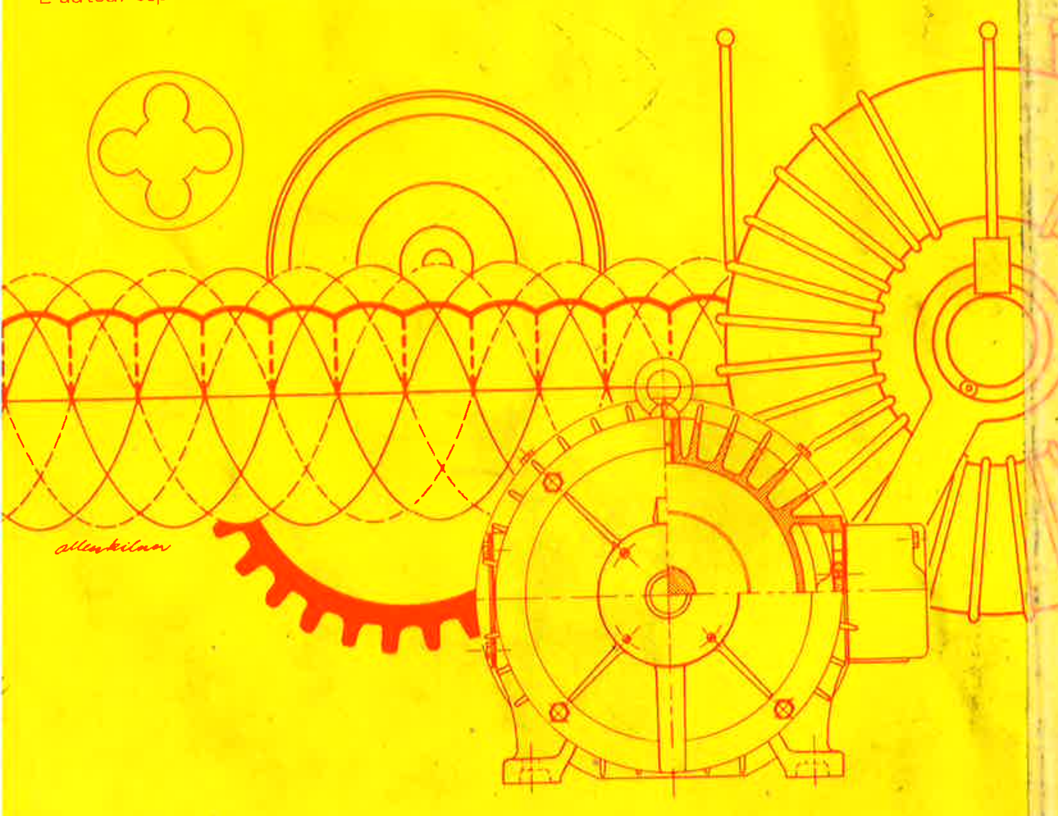
F_r		force de résistance au roulement, applicable sur l'axe de la roue
F_N		charge normale au plan de roulement
r_c	[mm]	rayon sous charge
f	[mm]	bras de levier de la résistance au roulement**
μ'		coefficient de résistance au roulement**

*Voir normes VSM : Extrait pour Ecoles professionnelles.
**Voir tables page 21.

«Fortec» **Formulaire Technique**

Le succès remporté par cet ouvrage dans les milieux professionnels a permis :
- de sortir une septième édition,
- de le traduire en langue allemande sous le titre "Technische Formeln mit SI-Einheiten", Sauerländer AG, 5001 Aarau.

Son but est d'offrir un outil de travail simple, clair, efficace aux professionnels ainsi qu'à toute personne liée de près ou de loin à la métallurgie, à la mécanique ou à l'électricité. Composer et présenter un recueil de formules pratiques, accompagnées de tables, est une tâche ardue. La sélection des matières indispensables à la bonne résolution des calculs pour chaque métier comporte de nombreux écueils : un excès de matière dans un formulaire présente autant d'inconvénients qu'une trop grande concision.
La mise en page exige une grande rigueur dans la présentation des formules si on veut un manuel facile à utiliser, permettant de disposer rapidement du renseignement que l'on cherche.
En outre, les unités à appliquer doivent être clairement exprimées de manière à ne jamais laisser le lecteur dans le doute.
L'auteur espère avoir surmonté ces difficultés.



Charles Pache

«Fortec» Formulaire Technique

À L'USAGE DES PROFESSIONS DE LA MÉTALLURGIE
DE LA MÉCANIQUE ET DE L'ÉLECTRICITÉ

Editec